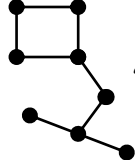


سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
	نمره		

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ آن گاه $ a, b $. ب) معادله $a x \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $ m, (a, b) $. پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است. ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.	۱
۲	به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر $a > 0$ آن گاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$.	۱
۳	اگر عدد طبیعی $a > 1$ ، در دو شرط $a 4k+9$ و $a 6k+14$ صدق کند، مقدار a را بیابید.	۱
۴	فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^2, 35a^3]$ را به دست آورید.	۱
۵	باقی مانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.	۱
۶	ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه هم‌نهشی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح a, b, c و عدد طبیعی m ، اگر $a \equiv b^m$ آن گاه $ac \equiv bc^m$.	۱
۷	جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ را به دست آورید.	۱/۵
۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) اندازه گراف را تعیین کنید. پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید. ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، x کدام رأس است؟	۱/۲۵
۹	الف) گراف k - منتظم از مرتبه n را تعریف کنید. ب) آیا گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱
۱۰	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید. ب) مکمل گراف G را رسم کنید.	۱

« بقیه سوالات در صفحه دوم »

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) ت) درست (۰/۲۵) (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)			۱
۲	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می باشد. (۰/۲۵) (مثال اول صفحه ۷)			۱
۳	$\begin{aligned} a 4k+9 \\ a 6k+14 \end{aligned} \Rightarrow a \underbrace{-6(4k+9)}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{4(6k+14)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow a 2 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{a>1} a=2 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)			۱
۴	$A=21a^2=3 \times 7 \times a^2 \quad (۰/۲۵), \quad B=35a^2=5 \times 7 \times a^2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow [A,B]=105a^2 \quad (۰/۵)$ (مشابه سوال ۱۶ صفحه ۱۷)			۱
۵	$13 \equiv -4 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{17} 13^2 \equiv 16 \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{17} 13^{22} \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{-1 \equiv 16} r=16 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)			۱
۶	$a \equiv b \Rightarrow m a-b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m c(a-b) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m ac-bc \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ac \equiv bc \quad (۰/۲۵)$ (ویژگی ۲ صفحه ۱۹)			۱
۷	$13y \equiv 7, (13 \equiv 4, 7 \equiv 16 \quad (۰/۲۵)) \rightarrow 4y \equiv 16 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{(4,9)=1 \quad (۰/۲۵)} y \equiv 4 \quad (۰/۲۵)$ $y=9k+4 \quad (۰/۲۵), \quad x=-13k-5 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)			۱/۵
۸	الف) $\delta(G)=1$ (۰/۲۵) ب) $q=6$ (۰/۲۵) پ) $N_G[b]=\{b,a,c,d\}$ (۰/۵) ت) $x=c$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۴۱)			۱/۲۵
۹	الف) گرافی از مرتبه n که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k, (0 \leq k < n)$ باشد. (۰/۵) (تعریف صفحه ۳۵) ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض (۰/۲۵) $5 \times 3 = 2q \Rightarrow \sum_{i=1}^5 \deg v_i = 2q$ (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)			۱
۱۰	الف) a,c,d,b,e,a (۰/۵) ب) (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷) (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)			۱
۱۱	الف) مجموعه احاطه گر با ۴ عضو مانند: $\{c,f,h,g\}$ (۰/۵) ب) احاطه گر مینیمال مانند: $\{c,f,g\}$ (۰/۷۵) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.) (کار در کلاس صفحه ۴۷)			۱/۲۵
ادامه پاسخ ها در صفحه دوم				

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه											
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹													
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir													
ردیف		راهنمای تصحیح															
نمره																	
۱۲	<p>الف) برای مثال اگر $n=10$، رسم C_{10} یا P_{10} (۰/۲۵) در این گرافها: $\gamma(G)=\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor=4$ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۴۹)</p> <p>ب) در گرافی مشابه $\gamma(G)=3$ (۰/۲۵) ولی $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor=2$ (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰)</p>  <p>(لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)</p>																
۱۳	<p>(مشابه مثال صفحه ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{2} = 840$ (۰/۲۵) (۰/۷۵)</p>																
۱۴	<p>الف) (۰/۵) $6! \times 5!$ (ب) (۰/۷۵) $6! \times 5! \times 2!$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)</p>																
۱۵	<p>$y_1 + 3 + x_r + y_r + 4 + x_f + x_d = 14 \Rightarrow y_1 + x_r + y_r + x_f + x_d = 7$ (۰/۲۵)</p> <p>$\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4}$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)</p>																
۱۶	<p>متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین، عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵)</p> <p>(شماره ۳ کار در کلاس صفحه ۶۶)</p> <table border="1" data-bbox="218 1173 411 1323"><tr><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr><tr><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr></table> <p>(۰/۵)</p>							۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	
۱۱	۲۲	۳۳															
۳۲	۱۳	۲۱															
۲۳	۳۱	۱۲															
۱۷	<p>$1 \leq j \leq 3 \quad A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j \quad 1 \leq i \leq 4\}$</p> <p>$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$S = 3^4$ (۰/۲۵) , $A_i = 2^4$ (۰/۲۵) , $A_i \cap A_j = 1^4$ (۰/۲۵) , $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$\underbrace{ A_1 \cup A_2 \cup A_3 }_{(۰/۲۵)} = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه فعالیت صفحه ۷۷)</p>																
۱۸	<p>(سوال ۱۲ صفحه ۸۳)</p> <p>تعداد کبوترها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = ۴۲ و به صورت زیر هستند. (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p> <table border="0" data-bbox="651 1792 1090 1848"><tr><td>_____</td><td>_____</td><td>_____</td><td>.....</td><td>_____</td></tr><tr><td>۱,۸۴</td><td>۲,۸۳</td><td>۳,۸۲</td><td></td><td>۴۲,۴۳</td></tr></table> <p>چنان چه قرار باشد کبوترها لانه ها را اشغال کنند، آن گاه طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می گیرند و مجموعه شان ۸۵ است. (۰/۲۵)</p>							_____	_____	_____	_____	۱,۸۴	۲,۸۳	۳,۸۲		۴۲,۴۳
_____	_____	_____	_____													
۱,۸۴	۲,۸۳	۳,۸۲		۴۲,۴۳													

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»